Boukhobza Omar

Université Abdelmalek Essâadi
Faculté des Sciences
Département de Physique
Tétouan

Année : 2007/2008
SMA-SMI

TD d'Eléctricité
Série n° 2

Exercice 1 :

L'axe Oz est la verticale descendante et $\vec{e}_z$ est son vecteur unitaire. On fixe au point O une charge ponctuelle q > 0 ; une autre charge ponctuelle Q de masse m est en équilibre au point P de l'axe tel que $\overrightarrow{OP} = d$.

1°/ Quel doit être le signe de Q pour que la condition d'équilibre soit satisfaite ?

2°/ Déterminer la valeur de Q en fonction de d.

Exercice 2 :

Trois charges ponctuelles identiques q > 0, sont placées aux sommets A,B,C d'un triangle équilatéral de côté a et de centre de gravité G.

1/ a) Déterminer la direction et le sens de la force électrostatique $\vec{F}$ qui s'exerce sur chacune des charges.

b) Retrouver le résultat dans le cas de A en établissant l'expression vectorielle de $\vec{F}$ en fonction de $\overrightarrow{HA}$, H étant le milieu de BC .

c) Calculer en fonction de q, ε_0 et a, la norme $|\vec{F}|$ de la force $\vec{F}$.

d) Que font les charges si elles ne sont pas maintenues mécaniquement en A, B et C ?

2/ Calculer le vecteur champ électrostatique $\vec{E}(G)$ au centre de gravité G.

3/ On place en G une charge ponctuelle q'. Quelle doit être la valeur de q' pour que l'ensemble des quatre charges soit en équilibre ?

N.B : On rappelle que dans un triangle, le centre de gravité G est situé à l'intersection des médianes qui se coupent au 2/3 de leur longueur à partir des sommets correspondants.

Exercice 3 :

Un segment rectiligne de longueur l est chargé uniformément avec la densité linéique λ positive. On considère le point M du plan médiateur situé à la distance r du segment.

1°/ Déterminer l'expression du vecteur champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par la distribution. On utilisera la variable $\theta = (\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{MP})$. Comment varie E(r) ?

2°/ Que devient l'expression de $\vec{E}(M)$ pour un point M très éloigné du segment chargé (r>>l) ? Justifier le résultat .

3°/ Que devient l'expression de $\vec{E}(M)$ quand le segment chargé peut être considéré comme de longueur infinie ?

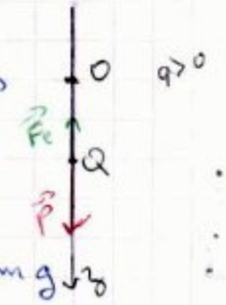
****

ETUSUP .com

SÉRIE n° 2

EXERCICE 1

① $\vec{F_e} + \vec{P} = 0$ $\Rightarrow Q < 0$ car $\vec{F_e} = -\vec{P}$



$\vec{F_e} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q \cdot Q}{r^2} \cdot \vec{u} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}$. comme $P = mg$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|qQ|}{d^2} = mg$

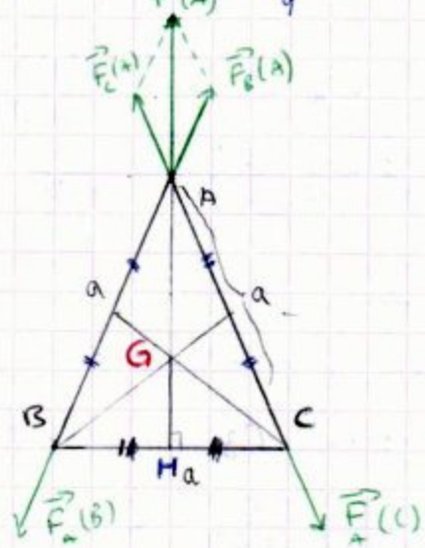
$|Q| = \frac{4mg}{q} \cdot \pi\varepsilon_0 d^2$

$\vec{F_e} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{d^2}(-\vec{e_z})$

Donc $\overset{\vec{F}\text{ poussée}}{\vec{e_z}\downarrow} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{d^2}\vec{e_z} + \overset{\vec{P}}{\vec{e_z}\downarrow} mg\vec{e_z} = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{d^2} = mg \Rightarrow Q = \frac{mg4\pi\varepsilon_0 d^2}{q}$ $Q > 0$

EXERCICE 2



$AH^2 + BH^2 = AB^2$

$AH^2 = AB^2 - BH^2$

$= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$= a^2 - \frac{a^2}{4}$

① a $\vec{F_c}(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{AC^3} \cdot \vec{CA}$

et $\vec{F_B}(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{AB^3} \cdot \vec{BA}$ $(AB = AC)$

$\vec{F}(A) = \vec{F_c}(A) + \vec{F_B}(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{AB^3}(\vec{CA} + \vec{BA}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{AB^3}2\vec{HA} = \boxed{\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{AB^3} \cdot \vec{HA}}$

(car : $\vec{CA} + \vec{BA} = -(\vec{AC} + \vec{AB}) = -2\vec{AH} = 2\vec{HA}$)

on vérifie que $\vec{F}(A)$ suivant $\vec{HA}$.

② $\|\vec{F}(A)\| = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^3}\sqrt{a^2 - a^2/4} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^3}\sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2\sqrt{3} \cdot a}{a^3}$

$$\boxed{F(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2\sqrt{3}}{a^2}}$$

d $\vec{E}(G) = \vec{E_A}(G) + \vec{E_B}(G) + \vec{E_c}(G)$

On a : $\vec{E_A}(G) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{AG^2}\vec{e_A}$ avec $\vec{e_A} = \frac{\vec{AG}}{AG}$

ETUSUP .com

Donc $\vec{E}_A(G) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{AG}}{AG^3}$

On a : $\vec{E}(G) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{AG^3} \underbrace{(\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG})}_{=0}$

Donc $\vec{E}(G) = 0$

③ Au point G :

$\vec{F}(G) = q'\vec{E}(G) = 0$, q' est en équilibre.

$\vec{F}(A) = \underbrace{\vec{F}_C(A) + \vec{F}_B(A)}_{} + \vec{E}_G(A) = 0$ $\qquad a^3 = AB^3 = AC^3$

$= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^3} 2\vec{HA} + \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{GA}}{\|\vec{GA}\|^3}$; $\quad GA = \frac{a}{\sqrt{3}}$ et $HA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\vec{F}(A) = \frac{q^2 \cdot 2\vec{HA}}{4\pi\varepsilon_0 a^3} + \frac{qq' \, \frac{2}{3}\vec{HA}}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^3}$ $\qquad \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{a^3}{(\sqrt{3})^3} = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$

$\vec{F}(A) = 0 \iff \frac{q^2 \cdot \vec{HA}}{2\pi\varepsilon_0 a^3} = - \frac{qq' \, \frac{2}{3}\vec{HA}}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{a^3}{3\sqrt{3}}\right)}$

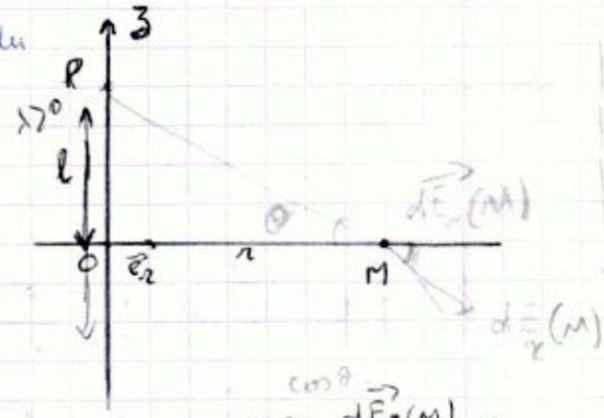
$\iff q'q \cdot \frac{2}{3}\vec{HA} = - \frac{q^2 \cdot \vec{HA}}{2\pi\varepsilon_0 a^3} \cdot 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{a^3}{3\sqrt{3}}\right) = - \frac{2q^2 \cdot \vec{HA}}{3\sqrt{3}}$

$\iff q' = -\frac{3}{2} \cdot \frac{2q^2 \cdot \vec{HA}}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{q \cdot \vec{HA}} = \frac{-q}{\sqrt{3}}$

Alors : $\boxed{q' = -\frac{q}{\sqrt{3}}}$

EXERCICE 3

① Par raison de symétrie, les composants du champ suivant Oz s'annulant :



$d\vec{E}(M) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\cos\theta}{\|\vec{PM}\|^2} \vec{e}_r$

$d\vec{E}(M) = \frac{\lambda dz}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\cos}{\|\vec{PM}\|^2} \vec{e}_r$

$E(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int_A^B \frac{dz \cos\theta}{\|\vec{PM}\|^2}$

$\cos\theta = \frac{d\vec{E}_r(M)}{d\vec{E}(M)}$

$z = r\,tg\theta \Rightarrow dz = \frac{r}{\cos^2\theta} d\theta \iff MP = \frac{r}{\cos\theta}$

$E(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{r\,d\theta}{\cos^2\theta} \frac{\cos^2\theta}{r^2} \cos\theta$

$E(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r} [\sin\theta]_{-\theta_0}^{\theta_0} = \frac{\lambda 2 \sin\theta_0}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$\boxed{E(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \sin\theta_0}$

~~②~~ $\sin\theta = \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{l \cdot l/2}{2\, l/2 \sqrt{\frac{4r^2 + l^2}{4}}} = \frac{l^2/2}{l\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}}$

$\sin\theta = \frac{l/2}{\sqrt{\frac{l^2}{4}\left(\frac{4r^2}{l^2} + 1\right)}} = \frac{l/2}{l/2\sqrt{\frac{4r^2}{l^2} + 1}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{\frac{4r^2}{l^2} + 1}}}$

ETUSUP .com

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{4r^2}{\ell^2}}} \vec{e}_r$$ (تمام) B r :1

$\simeq$

$$\boxed{r \nearrow \Rightarrow E(M) \searrow}$$

② $r \gg \ell$

$$\sin\theta_0 = \frac{\ell}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{r^2\left(1+\underbrace{\frac{\ell^2}{4r^2}}_{\to 0}\right)}} \simeq \frac{\ell}{2r} \Leftrightarrow \boxed{E(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\ell}{r^2}}$$

③ $\ell \longrightarrow +\infty$

$\theta_0 \longrightarrow \frac{\pi}{2}$ $\Leftrightarrow \left(\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{\frac{4r^2}{\ell^2}+1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4r^2}{+\infty}+1}} = \frac{1}{\sqrt{0+1}} = 1 \right)$

$\sin\theta_0 = 1$

$$\boxed{E(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

ETUSUP .com

ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..

ETUSUP.com